

2127

B.A. SECOND YEAR EXAMINATION, 2019

MATHEMATICS

Paper – II

Differential Equations

Time: Three Hours

Maximum Marks: 65

PART – A (खण्ड – अ)

[Marks: 20]

Answer all questions (50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART – B (खण्ड – ब)

[Marks: 25]

Answer five questions (250 words each).

Selecting one from each unit. All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई से एक-एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART – C (खण्ड – स)

[Marks: 20]

Answer any two questions (300 words each).

All questions carry equal marks.

कोई दो प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART – A / खण्ड – अ

- Q.1 (i) Write the necessary and sufficient condition for exact differential equation.
यथातथ अवकल समीकरण होने के आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबंध लिखिए।
- (ii) Write the necessary conditions of integrability of total differential equation.
सम्पूर्ण अवकल समीकरण की समाकलनीयता की आवश्यक शर्त लिखिए।
- (iii) Define linear differential equation of second order.
द्वितीय कोटि के रैखिक अवकल समीकरण को परिभाषित कीजिए।
- (iv) Write the condition and complementary function of the differential equation.

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - (x^2 + 2x) \frac{dy}{dx} + (x + 2)y = x^3 e^x$$

अवकल समीकरण:

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - (x^2 + 2x) \frac{dy}{dx} + (x + 2)y = x^3 e^x$$

का पूरक फलन तथा उसकी शर्त लिखिए।

- (v) Form a partial differential equation from the equation:

$$z = ax + a^2y^2 + b$$

समीकरण: $z = ax + a^2y^2 + b$ से आंशिक अवकल समीकरण बनाइए।

- (vi) Write the complete integral of the equation:

$$(xp)^2 + (yq)^2 = z^2$$

समीकरण: $(xp)^2 + (yq)^2 = z^2$ का पूर्ण समाकल लिखिए।

- (vii) Write the characteristic equations of Charpit's method for non-linear differential equation.

अरैखिक अवकल समीकरण को हल करने की चारपिट विधि का अभिलाक्षणिक समीकरण लिखिए।

- (viii) Write the subsidiary equation of $Rr + Ss + Tt = V$

$Rr + Ss + Tt = V$ का सहायक समीकरण लिखिए।

- (ix) Write the formulae of Euler's modified method.

आयलर आपरिवर्तित विधि का सूत्र लिखिए।

- (x) Find first approximation by Picard's iterative method:

$$\frac{dy}{dx} = 1 + xy, \quad x_0=2, \quad y_0 = 2$$

पिकार्ड विधि द्वारा प्रथम सन्निकटन ज्ञात कीजिए:

$$\frac{dy}{dx} = 1 + xy, \quad x_0=2, \quad y_0 = 2$$

PART – B / खण्ड – ब

UNIT -I/ इकाई – I

Q.2 Solve:

हल कीजिए:

$$Dx + Dy - 2y = 2 \cos t - 7 \sin t$$

$$Dx - Dy + 2x = 4 \cos t - 3 \sin t$$

Q.3 Solve:

हल कीजिए:

$$\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z - a\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}}$$

UNIT -II/ इकाई – II

Q.4 Solve:

हल कीजिए:

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2x(1+x) \frac{dy}{dx} + 2(1+x)y = x^3$$

Q.5 Solve:

हल कीजिए:

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2(x^2 + x) \frac{dy}{dx} + (x^2 + 2x + 2)y = 0$$

UNIT -III/ इकाई – III

Q.6 Solve:

हल कीजिए:

$$pq = x^m y^n z^l$$

Q.7 Solve:

हल कीजिए:

$$x^2 p^2 + q^2 y^2 - z^2 = 0$$

UNIT -IV/ इकाई – IV

Q.8 Solve by Charpit's method:

चारपिट विधि से हल कीजिए:

$$2xz - px^2 - 2qxy + pq = 0$$

Q.9 Solve:

हल कीजिए:

$$x^2 r + 2 xys + y^2 t = 0$$

UNIT -V/ इकाई - V

Q.10 Use Picard's method to solve:

पिकार्ड विधि से हल कीजिए:

$$\frac{dy}{dx} = x + y, \text{ for } x = 0.1 \text{ and } x = 0.2, \text{ given when } x = x_0 = 0, y = y_0 = 1$$

Q.11 Use Euler's method to solve:

आयलर विधि से हल कीजिए:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - x}{y^2 + x}, \quad x = 0, y = 1$$

PART - C / खण्ड - स

Q.12 Solve:

हल कीजिए:

$$(x^2 - 2xy - y^2)dx - (x + y)^2 dy = 0$$

Q.13 Solve by method of removal of the first derivatives:

प्रथम अवकल को हटाने की विधि से हल कीजिए:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \tan x \frac{dy}{dx} + 5y = e^x \sec x$$

Q.14 (a) Solve:

हल कीजिए:

$$\left(\frac{1}{z} - \frac{1}{y}\right)p + \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{z}\right)q = \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right)$$

(b) Solve:

हल कीजिए:

$$(y - x)(qy - px) = (p - q)^2$$

Q.15 Solve:

हल कीजिए:

$$t - r \sec^4 y = 2q \tan y$$

Q.16 Use Euler's modified method obtain a solution of the following equation with initial condition $y = 1$ at $x = 0$ for the range $0 \leq x \leq 0.6$ in steps of 0.2.

$$\frac{dy}{dx} = x + |\sqrt{y}|$$

आयलर आपरिवर्तित विधि से निम्न समीकरण का प्रारम्भिक स्थिति $x = 0$ पर $y = 1$ पर हल ज्ञात कीजिए जहाँ क्षेत्र $0 \leq x \leq 0.6$ एवं पद 0.2 है।

$$\frac{dy}{dx} = x + |\sqrt{y}|$$
