

Roll No. :

Total Pages : 8

PHY8081T

M.Sc. FIRST SEMESTER (NEP) EXAMINATION, 2023-24

PHYSICS

Mathematical Methods in Physics

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 80

PART-A / भाग-अ

[Marks :16]

Answer all **eight** questions (Maximum 50 words each).

All questions carry **equal** marks.

सभी आठ प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों से अधिक न हो।
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART-B / भाग-ब

[Marks :40]

Answer **five** questions (Maximum 200 words each),
selecting one from each unit. All questions carry **equal** marks.

प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर
200 शब्दों से अधिक न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART-C / भाग-स

[Marks :24]

Answer **any two** questions (Maximum 300 words each).

All questions carry **equal** marks.

किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो।
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART-A/ भाग-अ

1. Answer all questions :

सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) How curl of a vector field is given in curvilinear coordinates?
कर्वीलिनियर निर्देशांक में एक सदिश क्षेत्र का कर्ल किस प्रकार दिया जाता है?
- (ii) Write gradient of a scalar in circular cylindrical coordinates.
एक अदिश के ग्रेडियेन्ट को वृत्ताकार बेलनी निर्देशांक में लिखिये।
- (iii) Define a tensor in 3-dimension.
3-विमा में टेन्सर को परिभाषित कीजिये।
- (iv) Define a matrix.
एक मैट्रिक्स को परिभाषित कीजिये।
- (v) What is Homomorphism?
होमोमॉर्फिज्म क्या है?
- (vi) What do you mean by Reducible Groups?
रिड्यूसिबल ग्रुप से आपका क्या अभिप्राय है?
- (vii) Write Cauchy-Riemann conditions.
कॉची-रीमान प्रतिबन्ध लिखिये।
- (viii) Write conditions when a function $f(z)$ of a complex variable $z = x + iy$ is continuous at z_0 .
जटिल चर $z = x + iy$ में एक फलन $f(z)$ के z_0 पर सतत होने के लिये आवश्यक प्रतिबन्ध लिखिये।

PART-B / भाग-ब

UNIT - I / इकाई-I

2. Starting from cartesian coordinates and find value of $\text{div } V$ and $\nabla^2 S$ in terms of spherical polar coordinates.

कार्टेशियन निर्देशांक से शुरू करके $\text{div } V$ एवं $\nabla^2 S$ का मान गोलीय ध्रुवीय निर्देशांक में ज्ञात कीजिये।

OR/अथवा

3. Show that the array $T = \begin{pmatrix} -xy & -y^2 \\ x^2 & xy \end{pmatrix}$ is a second rank tensor while the array

$$T = \begin{pmatrix} -xy & -y^2 \\ x^2 & -xy \end{pmatrix} \text{ is not a tensor.}$$

प्रदर्शित कीजिये की ऐरे $T = \begin{pmatrix} -xy & -y^2 \\ x^2 & xy \end{pmatrix}$ एक द्वितीय रैंक का टेन्सर है जबकि ऐरे

$$T = \begin{pmatrix} -xy & -y^2 \\ x^2 & -xy \end{pmatrix} \text{ एक टेन्सर नहीं है।}$$

UNIT - II / इकाई-II

4. Show that in a rotation group all rotations with the same rotation angle belong to the same class.

प्रदर्शित कीजिये कि एक घूर्णन समूह में सभी घूर्णन, जिसमें घूर्णन कोण समान हो, समान क्लास से सम्बन्धित होते हैं।

OR/अथवा

5. Prove that $\int_{-1}^{+1} P_m(x)P_n(x)dx = \frac{2}{2n+1}\delta_{mn}$

where $P_m(x)$ and $P_n(x)$ are Legendre Polynomials and δ_{mn} is Kronecker delta.

सिद्ध कीजिये कि $\int_{-1}^{+1} P_m(x)P_n(x)dx = \frac{2}{2n+1}\delta_{mn}$

जहाँ $P_m(x)$ एवं $P_n(x)$ लैजांड्रे बहुपद है एवं δ_{mn} क्रोनेकर डेल्टा है।

UNIT - III / इकाई-III

6. State and prove Cauchy's integral theorem.

कॉची के समाकलन प्रमेय का कथन दीजिए एवं सिद्ध कीजिये।

OR/अथवा

7. Find the Fourier integrals of the following functions :

$$f(x) = e^{-kx} \quad \text{when } x > 0$$

$$\text{and } f(x) = f(-x) \quad \text{when } k > 0$$

निम्न फलनों के फुरिये समाकलन ज्ञात कीजिये :

$$f(x) = e^{-kx} \quad \text{जब } x > 0$$

$$\text{तथा } f(x) = f(-x) \quad \text{जब } k > 0$$

UNIT - IV / इकाई-IV

8. (a) Show that the transformation of tensors satisfy the closure property of groups.

दर्शाइये कि टेन्सर का रूपान्तरण समूह की क्लोजर गुणधर्म को संतुष्ट करता है।

(b) Show that in cartesian coordinate system the contravariant and covariant components of a vector are identical.

दर्शाइये कि कार्टेशियन निर्देशांक में एक सदिश के कॉन्ट्रावेरियन्ट एवं कोवेरियन्ट घटक एकसमान होते हैं।

OR/अथवा

9. Diagonalize the matrix $A = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$.

निम्न मेट्रिक्स को डायगोनालाइज कीजिये $A = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$.

UNIT - V/ इकाई-V

10. (a) Describe three object-three fold symmetry axis.

तीन बिम्ब-तीन फोल्ड सममिति अक्ष का वर्णन कीजिये।

(b) Discuss Special Unitary Group $SU(z)$.

विशेष यूनिटरी समूह $SU(z)$ की व्याख्या कीजिये।

OR/अथवा

11. (a) Find the residue of $\frac{z^4}{(z-1)^4(z-2)(z-3)}$ at $z=1$.

$\frac{z^4}{(z-1)^4(z-2)(z-3)}$ का $z=1$ पर रेजिड्यु ज्ञात कीजिये।

(b) Show that $\int_0^\infty \frac{x^a}{(1+x^2)} dx = \frac{\pi a}{\sin \pi a}$, $-1 < a < 1$

दर्शाइये $\int_0^\infty \frac{x^a}{(1+x^2)} dx = \frac{\pi a}{\sin \pi a}$, $-1 < a < 1$

PART-C/ भाग-स

12. (a) Determine eigenvalues and eigenvectors of a matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

मेट्रिक्स $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ के आइगनमान एवं आइगनसदिश ज्ञात कीजिये।

- (b) Find the characteristic roots and characteristic vectors of the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

मैट्रिक्स $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ के लाक्षणिक मूल एवं लाक्षणिक सदिश ज्ञात कीजिये।

13. Find the power series solution of the differential equation $y'' + xy' + (x^2 + 2)y = 0$ in powers of x .

अवकल समीकरण $y'' + xy' + (x^2 + 2)y = 0$ का x की घात में पावर श्रृंखला का हल ज्ञात कीजिये।

14. (a) Explain Lorentz series expansion.

लॉरेन्ज श्रेणी विस्तार को समझाइये।

- (b) Develop $f(x)$ in Fourier series in the interval $(-2, 2)$,

if $f(x) = 0$ for $-2 < x < 0$

and $f(x) = 1$ for $0 < x < 2$

$(-2, 2)$ अन्तराल पर $f(x)$ में फुरिये श्रेणी को विकसित कीजिये,

यदि $f(x) = 0$ जब $-2 < x < 0$

एवं $f(x) = 1$ जब $0 < x < 2$

15. Write short notes on **any three** of the following :

निम्न में से किन्हीं तीन पर संक्षिप्त टिप्पणियाँ लिखिये :

- (a) Fourier Transform

फुरिये ट्रांसफॉर्म

- (b) Laplace transform of derivatives
डेरिवेटिव के लाप्लास ट्रांसफॉर्म
- (c) Bessel function of the first kind
प्रथम प्रकार का बेसल फलन
- (d) Poles, essential singularity and branch point
पोल, आवश्यक सिंगुलैरिटी एवं ब्रांच बिन्दु
- (e) Pauli and Dirac matrices
पाउली एवं डिराक मैट्रिक्स

----- × -----