Roll No. .... Total Pages: 04

1127

I^st^ YEAR ARTS EXAMINATION, 2019

MATHEMATICS

Paper – II

CALCULUS

Time: Three Hours

Maximum Marks: 65

PART – A (खण्ड – अ) *[Marks: 20]*

Answer all questions (50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART – B (खण्ड – ब) *[Marks: 25]*

Answer five questions (250 words each).

Selecting one from each unit. All questions carry equal marks.

*प्रत्येक इकाई से **एक–एक** प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए।*

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART – C (खण्ड – स) *[Marks: 20]*

Answer any two questions (300 words each).

All questions carry equal marks.

*कोई **दो प्रश्न** कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो।*

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART – A / खण्ड – अ

Q.1 Answer the following-

निम्न के उत्तर दीजिए–

(i) Write the statement of Rolle's Theorem.

रोल प्रमेय का कथन लिखिए।

(ii) Find $\frac{ds}{dx}$ for the curve $y= a \log \sec \frac{x}{a}$

वक्र $y= a \log \sec \frac{x}{a}$ के लिए $\frac{ds}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(iii) Define point of inflexion.

नति परिवर्तन बिंदु को परिभाषित कीजिए।

(iv) Find the asymptotes parallel to the axes of the curve-

निम्न वक्र की निर्देश अक्षों के समानान्तर अनन्तस्पर्शीयाँ ज्ञात कीजिए–

$$\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = 1$$

(v) Write the value of $\Gamma 5$.

$\Gamma 5$ का मान लिखिए।

(vi) Define Quadrature.

क्षेत्रकलन को परिभाषित कीजिए।

(vii) Evaluate order and degree of the following differential equation-

निम्नलिखित अवकल समीकरण के कोटि और घात का मूल्यांकन करें–

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

(viii) Solve the following differential equation-

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए–

$$\frac{dy}{dx} = e^{-y} (x^2 +3)$$

(ix) Solve-

हल कीजिए–

$$p^2 - 3p + 2 = 0$$

(x) Solve-

हल कीजिए–

$$(D^2 - 5D+ 6) y = 0$$

PART – B / खण्ड – ब

UNIT –I / इकाई – I

Q.2 Verify Rolle's theorem for the following function in the interval [2, 4]-

$$f(x) = x^2 - 6x + 8$$

अंतराल [2, 4] में फलन $f(x) = x^2 - 6x + 8$ के लिए रोल प्रमेय का सत्यापन करिए।

Q.3 Find the pedal equation of the curve $r = a(1 - \cos\theta)$.

वक्र $r = a(1 - \cos\theta)$ का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिए।

UNIT –II / इकाई – II

Q.4 Find the radius of curvature of the curve $x= a(\theta + \sin\theta)$, $y= a(1-\cos\theta)$ at the point $\theta= \frac{\pi}{3}$

वक्र $x= a(\theta + \sin\theta)$, $y= a(1 - \cos\theta)$ के बिंदु $\theta= \frac{\pi}{3}$ पर वक्रता–त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

Q.5 Trace the following curve $r = a(1 + \cos\theta)$

निम्नलिखित वक्र का अनुरेख कीजिए $r = a(1 + \cos\theta)$

UNIT –III / इकाई – III

Q.6 Evaluate: $\int_0^\infty \sqrt{x}\ e^{-x^3}\, dx$

मान ज्ञात कीजिए– $\int_0^\infty \sqrt{x}\ e^{-x^3}\, dx$

Q.7 Find the area common to the following curves-

$y^2 = 4x$ and $x^2 = 4y$

निम्नलिखित वक्रों का उभयनिष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए–

$y^2 = 4x$ तथा $x^2 = 4y$

UNIT –IV / इकाई – IV

Q.8 Solve- $\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$

हल कीजिए– $\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$

Q.9 Solve- $\left\{y\left(1+\frac{1}{x}\right) + \cos y\right\} dx + \{x + \log x - x\sin y\}\, dy = 0$

हल कीजिए– $\left\{y\left(1+\frac{1}{x}\right) + \cos y\right\} dx + \{x + \log x - x\sin y\}\, dy = 0$

UNIT –V / इकाई – V

Q.10 Solve- $y = 2px + y^2 p^3$

हल कीजिए– $y = 2px + y^2 p^3$

Q.11 Solve- $(D^2 + 2D + 1)\, y = e^{-x} + \cos x$

हल कीजिए– $(D^2 + 2D + 1)\, y = e^{-x} + \cos x$

PART – C / खण्ड – स

Q.12 Verify Lagrange's mean value theorem for the following function.

$f(x) = (x - 1)\ (x - 2)\ (x - 3)\ ,\ x \in [0, 4]$

निम्न फलन के लिए लेग्रांज माध्यमान प्रमेय का सत्यापन कीजिए।

$f(x) = (x - 1)\ (x - 2)\ (x - 3)\ ,\ x \in [0, 4]$

Q.13 Find the asymptotes of the curve-

$x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3 + xy - y^2 = 1$

निम्न वक्र की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

$x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3 + xy - y^2 = 1$

Q.14 Find the length of the arc of the curve $y = \log \sec x$ between the points $x = 0$ to $x = \frac{\pi}{3}$

$x = 0$ से $x = \frac{\pi}{3}$ तक वक्र $y = \log \sec x$ के चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Q.15 Solve- $x\frac{dy}{dx} + y = y^2 \log x$

हल कीजिए– $x\frac{dy}{dx} + y = y^2 \log x$

Q.16 Solve- $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 7x \frac{dy}{dx} + 13y = \log x$

हल कीजिए– $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 7x \frac{dy}{dx} + 13y = \log x$