Roll No. .... Total Pages: 04

1226

I YEAR (T.D.C.) SCIENCE EXAMINATION, 2018

MATHEMATICS

Paper – II

CALCULUS

Time: Three Hours
Maximum Marks: 75

PART – A (खण्ड – अ) *[Marks: 20]*

Answer all questions (50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART – B (खण्ड – ब) *[Marks: 35]*

Answer five questions (250 words each).

Selecting one from each unit. All questions carry equal marks.

*प्रत्येक इकाई से **एक–एक** प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए।*

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART – C (खण्ड – स) *[Marks: 20]*

Answer any two questions (500 words each).

All questions carry equal marks.

*कोई **दो प्रश्न** कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 500 शब्दों से अधिक न हो।*

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART – A / खण्ड – अ

Q.1 Answer the following questions:-

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(i) Find the angle between the radius vector and tangent at any point of the curve.

निम्न वक्र के किसी बिन्दु पर ध्रुवान्तर रेखा तथा स्पर्श रेखा के मध्य कोण ज्ञात कीजिए।

$$r = a(1-\cos\theta)$$

(ii) State the first mean value theorem.

प्रथम मध्यमान प्रमेय का कथन दीजिए।

(iii) Find the Parallel asymptotes of the following curve.

निम्न वक्र की समानान्तर अनन्त स्पर्शियां ज्ञात कीजिए।

$$(x-3)(x-2)y^2 - 9x^2 = 0$$

(iv) Define Singular Point.

विचित्र बिन्दु को परिभाषित कीजिए।

(v) Write Legendre's Duplication formula.

लिजेन्डर का द्विगुणन सूत्र लिखिए।

(vi) Define Quadrature.

क्षेत्रफलन को परिभाषित कीजिए।

(vii) Solve -

हल कीजिए –

$$(1+x^2)\,dy = (1+y^2)\,dx$$

(viii) Solve -

हल कीजिए –

$$\left(x + 2y^3\right)\frac{dy}{dx} = y$$

(ix) Solve -

हल कीजिए –

$$(D^2 - 5D + 6)\,y = 0$$

(x) Solve -

हल कीजिए –

$$p = \tan\left(px - y\right)$$

PART – B / खण्ड – ब

UNIT –I / इकाई – I

Q.2 Show that the Pedal equation of the ellipse

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \text{ is : } \frac{1}{p^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}-\frac{r^2}{a^2b^2}.$$

सिद्ध कीजिए कि दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ का पादिक समीकरण $\frac{1}{p^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}-\frac{r^2}{a^2b^2}$ है।

Q.3 Find the value of 'C' satisfying Cauchy's mean value theorem for the following functions:

निम्न फलन युग्म के लिये कोशि मध्यमान प्रमेय को सन्तुष्ट करने वाले 'C' का मान ज्ञात कीजिए।

$$f(x) = \sin x \;;\; g(x) = \cos x,\; x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right].$$

UNIT –II /इकाई – II

Q.4 For the cycloid $x = a(\theta + \sin\theta)$; $y = a(1 - \cos\theta)$

Prove that:

$$P = 4a\cos\left(\theta/2\right).$$

चक्रज $x = a(\theta + \sin\theta)$; $y = a(1 - \cos\theta)$ के लिए

सिद्ध कीजिए –

$$P = 4a\cos\left(\theta/2\right).$$

Q.5 Trace the Folium: $x^3 + y^3 = 3axy$.

फोलियम का अनुरेखण कीजिए–

$$x^3 + y^3 = 3axy.$$

UNIT –III /इकाई – III

Q.6 Prove that -

सिद्ध कीजिए –

$$\int_0^1 \frac{x^{m-1}+x^{n-1}}{(1+x)^{m+n}}\,dx = B(m,n)$$

Q.7 Prove that -

सिद्ध कीजिए –

$$\int_0^\infty \frac{x\,dx}{1+x^6}=\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$$

UNIT –IV / इकाई – IV

Q.8 Solve -

हल कीजिए –

$$\cos(x + y)\frac{dy}{dx} = 1$$

Q.9 Solve -

हल कीजिए –

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} \log y = \frac{y}{x^2}(\log y)^2$$

UNIT –V / इकाई – V

Q.10 Solve -

हल कीजिए –

$$p^2 + 2py \cot x = y^2$$

Q.11 Solve -

हल कीजिए –

$$(D^2 - 1)\, y = \cos h\, x$$

PART – C / खण्ड– स

Q.12 If $2a/r = 1 + \cos\theta$, then with usual notations, show that-

$$\frac{ds}{d\psi} = \frac{2a}{\sin^3\psi}$$

यदि $2a/r = 1 + \cos\theta$, तो सामान्य संकेतन से प्रदर्शित कीजिए–

$$\frac{ds}{d\psi} = \frac{2a}{\sin^3\psi}$$

Q.13 Find the asymptotes of the following curve:

निम्न वक्र की एक शब्द है अनन्त स्पर्शियां ज्ञात कीजिए–

$$x^3+3x^2y-4y^3-x+y+3 = 0$$

Q.14 Find the area included between the following curve and it's asymptote:

निम्न वक्र तथा इसके अनंतस्पर्शी के मध्य का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए–

$$y^2(a - x) = x^3$$

Q.15 Solve -

हल कीजिए –

$$(y^3 - 2yx^2)\, dx + (2xy^2 - x^3)\, dy = 0$$

Q.16 Solve -

हल कीजिए –

$$(D^2 + 2D + 1)\, y = x \cos x$$