

1227
I YEAR (T.D.C.) SCIENCE EXAMINATION, 2018
MATHEMATICS
Paper – III
GEOMETRY

Time: Three Hours
Maximum Marks: 75

PART – A (खण्ड – अ) [Marks: 20]

Answer all questions (50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART – B (खण्ड – ब) [Marks: 35]

Answer five questions (250 words each).

Selecting one from each unit. All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई से एक-एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART – C (खण्ड – स) [Marks: 20]

Answer any two questions (300 words each).

All questions carry equal marks.

कोई दो प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART – A / खण्ड – अ

- Q.1 (i) Define eccentric angle of a point on the ellipse.
दीर्घ वृत्त पर स्थित किसी बिन्दु के उत्केन्द्र कोण को परिभाषित कीजिए।
- (ii) Define director circle.
नियामक वृत्त को परिभाषित कीजिए।
- (iii) Write the equation of Hyperbola in the standard form.
अतिपरवलय का मानक समीकरण लिखिए।
- (iv) Evaluate the eccentricity of rectangular hyperbola.
आयतीय अतिपरवलय की उत्केन्द्रता ज्ञात कीजिए।
- (v) Define orthogonal spheres.
लाम्बिक गोलों को परिभाषित कीजिए।
- (vi) Define Enveloping Cone.
अन्वालोपी शंकु को परिभाषित कीजिए।
- (vii) Write the condition of co-planarity of two lines.
दो रेखाओं के एक ही समतल में होने की शर्त लिखिए।
- (viii) Write the condition for the homogenous equation of second degree representing two planes.
द्विघात समघात समीकरण के लिए दो समतल प्रदर्शित करने की शर्त लिखिए।
- (ix) Define Diametral plane of a conicoid.
शांकवज के व्यासग समतल को परिभाषित कीजिए।
- (x) Define Enveloping cylinder of the conicoid.
शांकवज का अन्वालोपी बेलन परिभाषित कीजिए।

PART – B / खण्ड – ब

UNIT – I / इकाई – I

- Q.2 Find the equation of following conic in the standard form referred to centre as origin.
केन्द्र को मूल बिन्दु लेकर निम्न शांकव का मानक रूप ज्ञात कीजिए –

$$36x^2 + 24xy + 29y^2 - 72x + 126y + 81 = 0$$

- Q.3 Show that the locus of the poles of normal chords of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ is :

सिद्ध करो कि दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ की अभिलम्ब जीवाओं के घुवों का बिन्दुपथ है –

$$\frac{a^6}{x^2} + \frac{b^6}{y^2} = (a^2 - b^2)^2$$

UNIT -II / इकाई - II

Q.4 Show that locus of the middle points of normal chords of the rectangular hyperbola

$$x^2 - y^2 = a^2 \text{ is:}$$

सिद्ध कीजिए कि अतिपरवलय $x^2 - y^2 = a^2$ की अभिलम्ब जीवाओं के मध्य बिन्दु का बिन्दु पथ है -

$$(y^2 - x^2)^3 = 4a^2 x^2 y^2$$

Q.5 A circle cuts the hyperbola $xy = 1$ in the points (x_r, y_r) $r = 1, 2, 3, 4$; prove that:

एक वृत्त अतिपरवलय $xy = 1$ को (x_r, y_r) $r = 1, 2, 3, 4$, पर काटता है, तो सिद्ध कीजिए कि -

$$x_1 x_2 x_3 x_4 = y_1 y_2 y_3 y_4 = 1$$

UNIT -III / इकाई - III

Q.6 Find the Image of the point $(1, 3, 4)$ in the plane:

$$2x - y + z + 3 = 0$$

समलत $2x - y + z + 3 = 0$ में बिन्दु $(1, 3, 4)$ के प्रतिबिम्ब के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

Q.7 A variable plane is at a constant distance 'P' from origin and meets the axis in A, B and C show that locus of centroid of triangle ABC is:

एक चर समतल जो मूल बिन्दु से P दूरी पर है, निर्देशाक्षों को A, B, C बिन्दुओं पर काटता है, सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज ABC के केन्द्रक का बिन्दु पथ है -

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = \frac{9}{P^2}$$

UNIT -IV / इकाई - IV

Q.8 Find the coordinates of centre and radius of circle

निम्न वृत्त का केन्द्र और त्रिज्या ज्ञात कीजिए -

$$x^2 + y^2 - 2y - 4z = 20, x + 2y + 2z = 21$$

Q.9 Find the equation of right circular cylinder whose guiding curve is the circle:

उस लम्ब वृत्तीय बेलन की समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका निर्देशक वृत्त है -

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9, x - 2y + 2z = 3$$

UNIT -V / इकाई - V

Q.10 Find the condition that the plane $lx + my + nz = p$ should touch the conicoid -

$$ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$$

प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए कि समतल $lx + my + nz = p$ शांकवज $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ का स्पर्शतल हो।

Q.11 Prove that sum of squares of any three conjugate semi diameters of the ellipsoid is constant.

सिद्ध कीजिए कि दीर्घवृत्तज के तीन संयुग्मी अर्धव्यासों के वर्गों का योगफल अचर होता है।

PART - C / खण्ड- स

Q.12 If the normal at four points (x_r, y_r) $r = 1, 2, 3, 4$ on the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ are concurrent, prove that :

यदि दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ के चार बिन्दुओं (x_r, y_r) $r = 1, 2, 3, 4$ पर खींचे गये अभिलम्ब सैपाती हो तो सिद्ध करें कि -

$$(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4} \right) = 4$$

Q.13 If a pair of conjugate diameters meet the hyperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ and its conjugate in P and D then:

यदि संयुग्मी व्यासों का जोड़ा अतिपरवलय $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ तथा इसके संयुग्मी अतिपरवलय को क्रमशः P तथा D पर काटे तो सिद्ध कीजिए कि -

$$CP^2 - CD^2 = a^2 - b^2$$

Q.14 Show that following four points are coplanar.

सिद्ध कीजिए कि निम्न चार बिन्दु समतलीय हैं -

$$(a, -1, -1); (4, 5, 1); (3, 9, 4); (-4, 4, 4)$$

Q.15 Prove that the plane $ax + by + cz = 0$ cuts the cone $yz + zx + xy = 0$ in perpendicular lines if:

सिद्ध कीजिए कि समतल $ax + by + cz = 0$ शंकु $yz + zx + xy = 0$ को परस्पर लम्ब रेखाओं में काटेगा यदि -

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$$

Q.16 Prove that the axis of the sections of the conicoid $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ by the plane $lx + my + nz = 0$ lies on the cone.

शांकवज $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ को समतल $lx + my + nz = 0$ से काटने पर परिच्छेद के अक्ष निम्न शंकु पर स्थिर होते हैं -

$$\frac{(b-c)l}{x} = \frac{(c-a)m}{y} = \frac{(a-b)n}{z}$$