Roll No. ..... Total Pages: 04

1634

B.Sc. /B.Ed. (FIRST YEAR) EXAMINATION, 2018

MATHEMATICS

(Calculus)

Time: Three Hours

Maximum Marks: 60

Instructions:

*Attempt **five** questions in all, selecting at least **one** question from each Unit. The answer of essay type questions should not be more than **400** words and short answer type of questions in not more than **150** words. All questions carry equal marks.*

निर्देश :

*प्रत्येक इकाई में से कम–से–कम **एक** प्रश्न का चयन करते हुए, कुल **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दीजिये। निबन्धात्मक प्रश्न का उत्तर अधिकतम **400** शब्दों में और लघुत्तरात्मक प्रश्न का उत्तर अधिकतम **150** शब्दों में लिखिये। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।*

UNIT – I इकाई – I

Q.1 (a) Find the length of chord of curvature through the pole of the cardioid $r = a(1 + \cos\theta)$. **[6]**

कार्डियोइड $r = a(1 + \cos\theta)$ के ध्रुव से गुजरने वाली वक्रता जीवा की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

(b) Find the length of polar sub tangent for the following cardioids - **[6]**

$r = a(1 + \cos\theta)$

निम्न कार्डियोइड के ध्रुवी अधः स्पर्शी की लम्बाई ज्ञात कीजिए–

$r = a(1 + \cos\theta)$

OR अथवा

Q.1 Find the pedal equation of the following Astroid - **[12]**

$x = a\cos^3 t,\ y = a\sin^3 t$ or $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$

निम्न एस्ट्रॉयड का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिए–

$x = a\cos^3 t,\ y = a\sin^3 t$ or $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$

UNIT – II इकाई – II

Q.2 (a) If $\mu = \log\left(\frac{x^4 + y^4}{x + y}\right)$, then prove that - **[6]**

$$x\frac{\partial \mu}{\partial x} + y\frac{\partial \mu}{\partial y} = 3$$

यदि $\mu = \log\left(\frac{x^4 + y^4}{x + y}\right)$,तो सिद्ध कीजिए –

$$x\frac{\partial \mu}{\partial x} + y\frac{\partial \mu}{\partial y} = 3$$

(b) Find the equation of tangent plane and normal line to the surface **[6]**

$2x^2 + y^2 + 2z = 3$ at the point (2, 1, -3)

समतल $2x^2 + y^2 + 2z = 3$ के बिन्दू (2, 1, -3) पर स्पर्श समतल एवं अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए।

OR अथवा

Q.2 Find the maximum value of - **[12]**

$\mu = \sin x \sin y \sin(x+y)$

उच्चतम मान ज्ञात कीजिए–

$\mu = \sin x \sin y \sin(x+y)$

UNIT – III इकाई – III

Q.3 (a) Find the asymptotes of the following curve - **[6]**

$$x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$$

निम्न वक्र की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए –

$$x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$$

(b) Trace the following curve - **[6]**

$$x^2y^2 = (1 + y)^2 (4 - y^2)$$

निम्न वक्र का अनुरेखण कीजिए –

$$x^2y^2 = (1 + y)^2 (4 - y^2)$$

OR अथवा

Q.3 Show that the envelope of the family of straight lines
$x \cos m\alpha + y \sin m\alpha = a(\cos n\alpha)^{m/n}$ is the curve whose polar equation is : **[12]**

$$r^{n/(m-n)} = a^{n/(m-n)} \cos\frac{n\theta}{m - n}$$

प्रदर्शित कीजिए कि सरल रेखा $x \cos m\alpha + y \sin m\alpha = a(\cos n\alpha)^{m/n}$ के कुल का अन्वालोप वह वक्र है ,जिसका ध्रुवी समीकरण निम्न हैं:

$$r^{n/(m-n)} = a^{n/(m-n)} \cos\frac{n\theta}{m - n}$$

UNIT – IV इकाई – IV

Q.4 Evaluate - **[12]**

$$\int_o^{\log 2} \int_o^{x} \int_o^{x + \log y} e^{x+y+z}\, dx\, dy\, dz$$

मान ज्ञात कीजिए –

$$\int_o^{\log 2} \int_o^{x} \int_o^{x + \log y} e^{x+y+z}\, dx\, dy\, dz$$

OR अथवा

Q.4 (a) Evaluate the following integral by changing the order of integration. **[6]**

$$\int_0^{\infty} \int_x^{\infty} \frac{e^{-y}}{y}\, dx dy$$

निम्न समाकल का क्रम बदलकर मान ज्ञात कीजिए:

$$\int_0^{\infty}\int_x^{\infty}\frac{e^{-y}}{y}\,dx\,dy$$

(b) Evaluate - **[6]**

$$\int\int_R x^2\,y^2\,dx\,dy \text{ , where region R, } x^2 + y^2 \le 1$$

मान ज्ञात कीजिये:

$$\int\int_R x^2\,y^2\,dx\,dy \text{ , जहाँ क्षेत्र R, } x^2 + y^2 \le 1$$

UNIT – V इकाई – V

Q.5 (a) Find the whole area of the Astroid: **[6]**

$$\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}}+\left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}}=1$$

एस्ट्रॉयड का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}}+\left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}}=1$$

(b) Find the length of the arc of the curve $y=\log\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)$ from the points **[6]**

x = 1 to x = 2 .

x = 1 से x = 2 तक वक्र $y=\log\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)$ के चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

OR अथवा

Q.5 Prove that the surface area of the solid generated by revolution of the ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, about the major axis is- **[12]**

$$2\pi ab\left[\sqrt{(1-e^2)}+\frac{\sin^{-1}e}{e}\right]$$

सिद्ध कीजिए कि दीर्घवृत $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ द्वारा दीर्घ अक्ष के पारित परिक्रमण से जनित घनाकृति का पृष्ठीय क्षेत्रफल है –

$$2\pi ab\left[\sqrt{(1-e^2)}+\frac{\sin^{-1}e}{e}\right]$$

———————————————